

Atividade Formativa

Roteiro de Investigação

DISCIPLINA:Matemática
Ensino Médio**PROFESSOR:**

Yuri Tobias

TURMA: 2º ano**Integrantes do grupo:****Data (Aula 1):****Data (Aula 2):****Missão: O Labirinto das Cifras**

Seu grupo recebeu a missão de analisar matematicamente o jogo “**O Labirinto das Cifras**” — um jogo de investigação e estratégia com personagens, cofres secretos, mãos de cartas e mesas de negociação. Ao longo do roteiro, vocês descobrirão as ferramentas da **Análise Combinatória**.

- Registre **todos os cálculos** nos espaços indicados.
- Justifique cada resposta identificando a fórmula utilizada.
- Na Parte 5, vocês customizarão o jogo e resolverão seus próprios desafios.

PARTE 1 — PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM*Aula 1***Etapa 1 — Quantos personagens o jogo permite criar?**

O jogo define cada personagem por três características independentes:

Característica	Opções disponíveis	Nº de opções
Raça	humano, elfo, anão	3
Classe	guerreiro, mago, arqueiro, curandeiro	4
Turno de ação	diurno ou noturno	2
TOTAL	$3 \times 4 \times 2 =$	_____

Este método chama-se Princípio Fundamental da Contagem (PFC): se uma escolha pode ser feita de n_1 formas, e depois de n_2 formas, ..., o total é $n_1 \times n_2 \times \dots$

Aplicação: O grupo decide acrescentar **3 níveis de raridade** (comum, raro, épico) ao personagem. Agora, quantas configurações distintas são possíveis? Mostre o cálculo:

PARTE 2 — ARRANJOS E PERMUTAÇÕES SIMPLES

Etapa 2 — A Senha do Cofre

O Cofre do Mestre aceita senhas de **4 algarismos distintos**, escolhidos do conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. A **ordem importa**: a senha 2,7,1,5 é diferente de 5,1,7,2.

Preencha a tabela de raciocínio:

Posição	Raciocínio	Nº de opções
1º algarismo	todos os 9 disponíveis	9
2º algarismo	1 já foi usado, restam	_____
3º algarismo	2 já foram usados, restam	_____
4º algarismo	3 já foram usados, restam	_____
TOTAL (PFC)	$9 \times ____ \times ____ \times ____ =$	_____

Esta situação chama-se **Arranjo de n elementos tomados p a p** , escrito $A_{n,p}$:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Verifique usando a fórmula: $A_{9,4} =$ _____

Permutação Simples $P_n = n!$ (caso especial: todos os n elementos são usados)

Os 5 jogadores formam uma fila para entrar no castelo. Quantas ordens distintas existem? $P_5 = 5! =$ _____

PARTE 3 — PERMUTAÇÃO CIRCULAR

Etapa 3 — A Mesa dos Investigadores

Os 5 jogadores sentam ao redor de uma **mesa redonda**. Em uma mesa circular, girar *todos* os jogadores uma posição não cria um arranjo novo — todos ainda estão na mesma posição relativa entre si.

Descubra o padrão com apenas 3 pessoas (Ana = A, Bruno = B, Carlos = C):



- Quantos arranjos lineares existem para 3 pessoas? $P_3 = 3! = \underline{\hspace{2cm}}$
- Cada grupo de $\underline{\hspace{2cm}}$ arranjos lineares forma **1** configuração circular distinta.
- Arranjos circulares distintos: $\frac{3!}{3} = \underline{\hspace{2cm}} = (3 - 1)! = 2! = \underline{\hspace{2cm}}$

Complete a tabela comparativa e enuncie a fórmula geral:

n jogadores	Fila (linear) $P_n = n!$	Mesa (circular) $(n - 1)!$
3	$3! = 6$	$(3 - 1)! = 2! = 2$
4	$4! = \underline{\hspace{2cm}}$	$(4 - 1)! = \underline{\hspace{2cm}}$
5	$5! = \underline{\hspace{2cm}}$	$(5 - 1)! = \underline{\hspace{2cm}}$

Para os 5 investigadores ao redor da mesa: $P_{\text{circ}}(5) = \underline{\hspace{2cm}}$ arranjos distintos.

Etapa 4 — Quantas mãos de cartas são possíveis?

O baralho especial tem **10 cartas**. Cada jogador recebe uma “mão” de **5 cartas**. A **ordem das cartas na mão não importa**: $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ é a mesma mão, independente de como são seguradas.

Raciocínio em 3 passos:

Passo 1. Se a **ordem importasse** (como em uma senha), seria um Arranjo:

$$A_{10,5} = \frac{10!}{5!} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Passo 2. As mesmas 5 cartas podem ser ordenadas de **quantas formas**? $P_5 = 5! = \underline{\hspace{2cm}}$ (todas essas ordens são a *mesma* mão)

Passo 3. **Dividindo** os arranjos pelas permutações internas:

$$C_{10,5} = \frac{A_{10,5}}{5!} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{\underline{\hspace{2cm}}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Fórmula da Combinação

$$C_{n,p} = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Verifique: $C_{10,5} = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \underline{\hspace{2cm}}$

Exercício: O baralho tem 6 cartas trunfo. Uma “mão especial” usa **3 trunfos**. Quantas mãos especiais distintas existem? $C_{6,3} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \underline{\hspace{2cm}}$

Guia Rápido: Arranjo ou Combinação?

Critério	Arranjo $A_{n,p}$	Combinação $C_{n,p}$
A ordem importa?	Sim	Não
Exemplos típicos	senha, fila, pódio, código	grupo, equipe, mão de cartas
Relação	$A_{n,p} = C_{n,p} \times p!$	$C_{n,p} = A_{n,p} \div p!$

Questão ENEM — Aplicação

Uma pessoa produzirá uma fantasia utilizando como materiais: 2 tipos de tecidos diferentes e 5 tipos distintos de pedras ornamentais. Essa pessoa tem à sua disposição 6 tecidos diferentes e 15 pedras ornamentais distintas.

A quantidade de fantasias com materiais diferentes que podem ser produzidas é representada pela expressão

a) $\frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{15!}{10!5!}$

b) $\frac{6!}{4!2!} + \frac{15!}{10!5!}$

c) $\frac{6!}{2!} + \frac{15!}{5!}$

d) $\frac{6!}{2!} \cdot \frac{15!}{5!}$

e) $\frac{21!}{7!14!}$

Justifique matematicamente a alternativa escolhida, identificando qual(is) fórmula(s) da Análise Combinatória foram utilizadas:

PARTE 5 — CRIANDO O SEU MINI-JOGO

Cada grupo **escolhe as especificações** do seu jogo marcando uma opção em cada linha. Em seguida, resolva os quatro desafios matemáticos aplicados ao *seu* jogo.

As Especificações do Seu Jogo

Nome do jogo: _____

Tema: _____

Componente	Opção A	Opção B	Opção C
Personagens	☐ 2 raças × 3 classes	☐ 3 raças × 4 classes	☐ 4 raças × 5 classes
Cofre (senha)	☐ 3 dígitos de {1..6}	☐ 4 dígitos de {1..8}	☐ 5 dígitos de {1..9}
Mesa	☐ 4 jogadores	☐ 5 jogadores	☐ 6 jogadores
Baralho / mão	☐ 8 cartas / mão de 3	☐ 12 cartas / mão de 4	☐ 15 cartas / mão de 5

Desafio 1 PFC

Com ____ raças e ____ classes, quantas configurações de personagens o jogo permite?

Fórmula: PFC Cálculo:

Resposta: _____ configurações.

Desafio 2 Arranjo

Com ____ dígitos disponíveis e senha de ____ posições distintas, quantas senhas são possíveis?

Fórmula: $A_{n,p}$ Cálculo:

Resposta: _____ senhas.

Desafio 3 Permutação Circular

Com ____ jogadores ao redor da mesa, de quantas formas podem se sentar?

Fórmula: $(n - 1)!$ Cálculo:

Resposta: _____ arranjos distintos.

Desafio 4 Combinação

Com baralho de ____ cartas e mão de ____, quantas mãos distintas são possíveis?

Fórmula: $C_{n,p}$ Cálculo:

Resposta: _____ mãos distintas.

Síntese Final — Quadro de Fórmulas da Análise Combinatória

Tipo	Fórmula	Quando usar
PFC	$n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$	Escolhas independentes em sequência
Arranjo	$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$	Selecionar p de n , a ordem importa
Permutação Simples	$P_n = n!$	Organizar todos os n elementos em fila
Perm. Circular	$P_{\text{circ}}(n) = (n - 1)!$	Organizar n em círculo (sem início fixo)
Combinação	$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$	Selecionar p de n , a ordem não importa

Reflexão Final

1. Explique com suas palavras a diferença entre **Arranjo** e **Combinação**, usando um exemplo do cotidiano para cada um.

2. Em um jogo com 8 cartas especiais, qual é maior: a quantidade de **mãos de 3 cartas** ($C_{8,3}$) ou a de **senhas de 3 dígitos distintos** escolhidos de $\{1, \dots, 8\}$ ($A_{8,3}$)? Calcule os dois valores e justifique.
